

# РЕПЕТИЦИОННЫЙ ЭКЗАМЕН ВМК-МГУ-2011»

## Вариант 111-VER4

1. Решить уравнение

$$\log_{3+(\sqrt{-\operatorname{tg}x})^2} (14 - |\operatorname{tg}x|) = 2.$$

2. Решить неравенство

$$\frac{\sqrt{x-2} - \sqrt{x+2}}{\sqrt{x-2} - 2} \geq \frac{|x-3|}{|x-3|}$$

3. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  из вершины прямого угла проведена биссектриса  $BL$ . Известно, что  $AB = 4$ ,  $BC = 3$ . Найти радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABL$ .

4. Вкладчик хранил свои деньги в банке в течение 2 лет по некоторой процентной ставке. По окончании срока ему предложили оставить свой вклад еще на два года, уже по удвоенной ставке. Вкладчик согласился, в результате к концу срока его вклад увеличился на 74,24% по сравнению с начальной суммой. Какова была первоначальная процентная ставка банка?

5. Решить систему уравнений

$$\sin 2x + \cos(2x + \pi/3) = 1/2;$$

$$\sqrt{1 - \sin^2(x + \pi/3)} = -\cos(x + \pi/3).$$

6. Решить неравенство

$$4^{x^2 - 2x + 1,75} - 2^{x^2 - 2x + 1,75} \cdot \log_2 48 + \log_2 81 \geq 0.$$

7. Сектор с центром в точке  $B$ , радиусом  $BO$ , равным  $2a$ , и углом при вершине, равным  $60^\circ$ , пересекается с кругом с центром в точке  $O$  и радиусом, равным  $a$ . Найти площадь общей части сектора и круга.

8. При каких значениях параметра  $a$  уравнение

$$\arccos(\cos ax) = \pi/3$$

имеет на отрезке  $[0; \pi]$  ровно 5 корней?

9. В четырехугольной пирамиде  $SABCD$  основание  $ABCD$  представляет собой квадрат со стороной, равной 1. Ребра  $SC = SD = 1$ , ребра  $SA = SB = \sqrt{2}$ . Ребро  $AD$  продолжено за вершину  $D$  до точки  $E$  так, что  $DE = 1$ . Ребро  $SB$  продолжено за вершину  $B$  до точки  $F$  так, что  $FB = \sqrt{2}$ . Найти длину  $FE$ .