

# ЛЕКЦИЯ 21

## 1. Применение метода координат

СТР 1

### 1. Основные формулы:

Расстояние между точками:

$$\rho(M, P) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2} \quad (1)$$

Флика вектора  $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \quad (2)$$

Скалярное произведение:

$$\vec{a} = (a_1; a_2; a_3) = a_1 \vec{i} + a_2 \vec{j} + a_3 \vec{k}$$

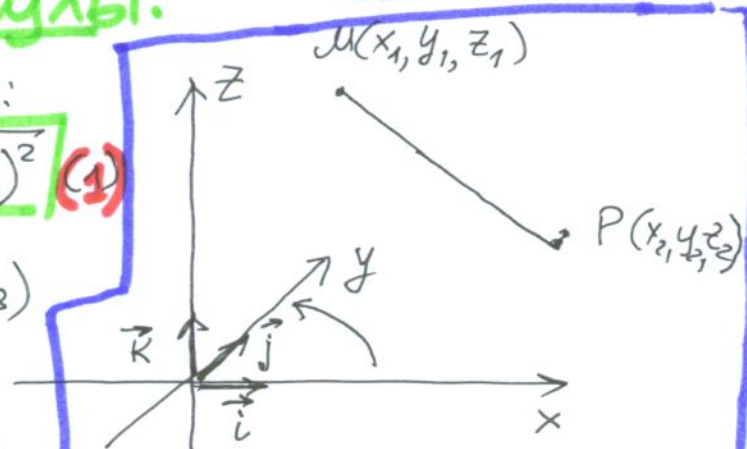
$$\vec{b} = (b_1; b_2; b_3) = b_1 \vec{i} + b_2 \vec{j} + b_3 \vec{k}$$

$$(\vec{a}, \vec{b}) = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 =$$

$$= |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \varphi, \text{ откуда} \quad (3)$$

следует формула:  
угол между векторами:

$$\cos \varphi = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}} \quad (4)$$



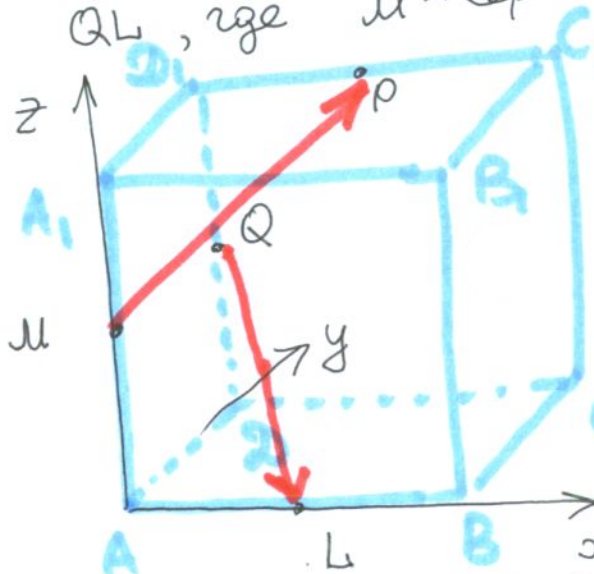
$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  - един. векторы, направленные по осям  $x, y, z$

Правило правой тройки:  
кратчайший поворот от оси  $x$  к оси  $y$  (если см. сверху) - против часовой стрелки

**ПРАВАЯ СИСТЕМА КООРД.**

РИС. 1 СИСТЕМА КООРД.

Пример 1 Найти угол между прямыми  $MP$  и  $QL$ , где  $M$  - середина  $AA_1$ ,  $P$  - середина  $D_1C_1$ ,  $Q$  - середина  $DD_1$ ,  $L$  - середина  $AB$



Решение. Будем считать, что ребра куба = 1. Введем сист. коорд.  $(x, y, z)$ , как указано на рис, тогда:  
 $M = (0; 0; \frac{1}{2}); P = (\frac{1}{2}; 1; 1) \Rightarrow \vec{MP} = (\frac{1}{2}; 1; \frac{1}{2})$   
 $Q = (0; 1; \frac{1}{2}); L = (\frac{1}{2}; 0; 0) \Rightarrow \vec{QL} = (\frac{1}{2}; -1; -\frac{1}{2})$

$$\cos \varphi = \frac{(\vec{MP}, \vec{QL})}{|\vec{MP}| |\vec{QL}|} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + 1 \cdot (-1) + \frac{1}{2} \cdot (-\frac{1}{2})}{\sqrt{(\frac{1}{2})^2 + 1^2 + (\frac{1}{2})^2} \sqrt{(\frac{1}{2})^2 + 1^2 + (\frac{1}{2})^2}} = \frac{-1}{3/2} = -\frac{2}{3}$$

Ответ:  $\arccos(-2/3)$  Замечание: иногда требуют найти острый угол, тогда  $\arccos(2/3)$